BAKI UNİVERSİTETİNİN XƏBƏRLƏRİ

№4 Fizika-riyaziyyat elmləri seriyası 2005

DİNAMİK İQTİSADİ-EKOLOJİ SİSTEMİN DAYANIQLIQ HALLARI

A.T.SADIQOVA
Bakı Dövlət Universiteti

İşdə dinamik iqtisadi-ekoloji sistemin hal tənliyi, tipik xüsusiyyətləri və dayanıqlıq şərtləri təhlil olunur. Məlum populyasiya tənliyi ümumiləşdirilir, bu tənliyin və neoklassik iqtisadi inkişaf tənliyinin həlləri faza fəzasında araşdırılaraq, onların zamandan asılılığının qrafiki qurulur.

Populyasiyanın inkişaf dinamikasının öyrənilməsi ekoloji tədqiqatlarda xüsusi əhəmiyyət kəsb edir. Təbii ehtiyatların istismarının düzgün təşkili bu problemin tədqiqindən çox asılıdır. Məlumdur ki, fərdlərin sayı olan $x(t)$ funksiyasının dəyişməsi sadə halda

$$\dot{x}(t) = \rho x(t) \tag{1}$$

münasibəti ilə xarakterizə olunur [1], belə ki, ρ əmsalı sabit olduqda (1) tənliyi ən sadə artım tənliyidir. Yaşayış uğrunda gedən mübarizə - rəqabət artdıqca, fərdin artım sürəti azalır. Deməli, real şərtlər daxilində ρ əmsalı x -dən asılı olmalıdır. Ən sadə yaxınlaşmalardan biri ρ -nı aşağıdakı şəkildə seçməkdən ibarətdir:

$$\rho = a - bx .$$

Beləliklə, rəqabəti nəzərə almaqla populyasiya tənliyini aşağıdakı şəkildə götürə bilərik:

$$\dot{x}(t) = (a - bx(t))x(t) . \tag{2}$$

Fərz edək ki, $a \neq 0$. $M(t) = \frac{b}{a}x(t)$ ilə işarələməklə (2) tənliyindən aşağıdakı tənliyi alarıq:

$$\dot{M}(t) = a(1 - M(t))M(t) .$$

Təhlillər göstərir ki, $\rho = a - bx$ ifadəsinə nəzərən $\rho = a - bx^{\beta}$, $\beta \in [0,1]$, ifadəsi reallığa daha çox uyğundur. Onda (2) tənliyi əvəzinə

$$\dot{x}(t) = (a - bx^{\beta}(t))x(t) \quad ,$$

yaxud

$$\dot{x}(t) = a(1 - \frac{b}{a}x^{\beta}(t))x(t).$$

alarıq.

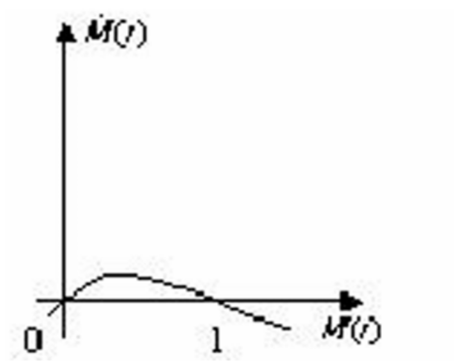
Burada, $M(t) = (\frac{b}{a})^{\frac{1}{\beta}} x(t)$ ilə işarə etməklə alarıq:

$$\dot{M}(t) = a(1 - M^{\beta}(t))M(t). \tag{3}$$

[2]-də bu tənlik biokütlə üçün olan ümumi sistemi təhlil edərək alınmışdır. Həmin tənliyin həllinin qrafikini keyfiyyətcə öyrənək [3].

Şəkil 1-də (3) tənliyi üçün həllin faza qrafiki verilmişdir. Şəkildən və (3) tənliyinin ifadəsindən göründüyü kimi:

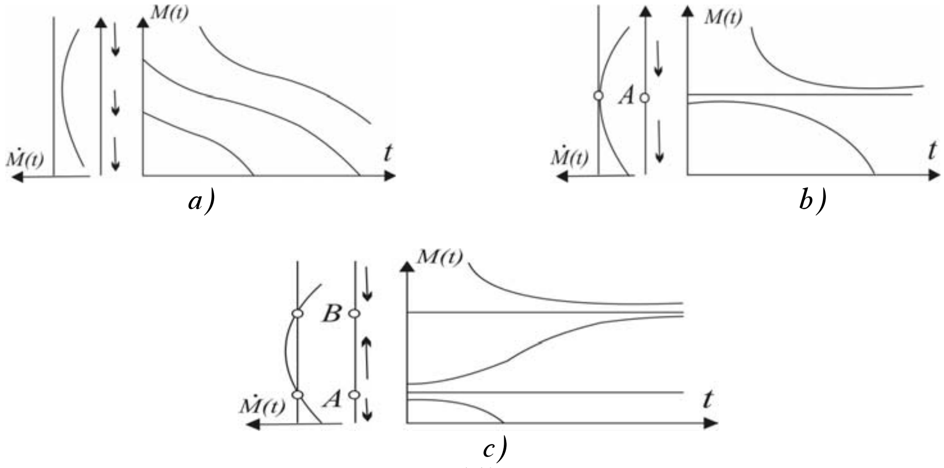
1) bu prosesdə iki tarazlıq halı mövcuddur:
   $M = 0$ və $M = 1$.
2) 0 və 1 nöqtələri arasında artım 0-dan 1-ə doğru yönəlir, $M > 1$ olduqda isə artım 1-ə doğrudur. Beləliklə, $M = 0$ halında tarazlıq dayanıqsız, $M = 1$ halında isə tarazlıq dayanıqlı olur. İndi isə daha ümumi hala baxaq. Fərz edək ki, populyasiya zamanı fərdlərin Q qədəri kənara xaric edilmişdir. Onda hal tənliyi (3) əvəzinə aşağıdakı tənliyi almış olarıq:



Şəkil 1.

$$\dot{M}(t) = a(1 - M^{\beta}(t))M(t) - Q(t). \tag{4}$$

Q - kəmiyyəti bəzən kvota da adlanır. $Q(t)$ - dən asılı olaraq faza qrafiki müxtəlif şəkildə alınır. Bu hallar şəkil 2–də *a), b), c)* kimi göstərilmişdir.

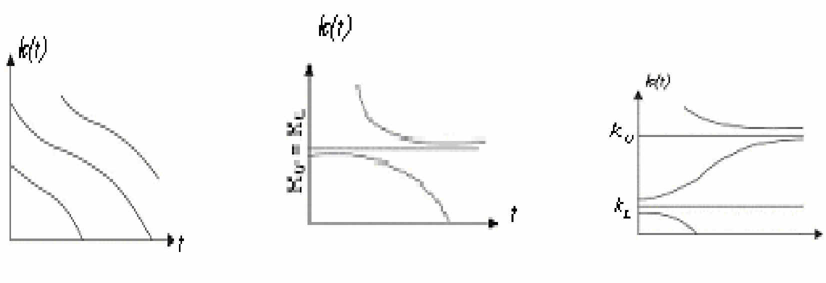


Şəkil 2.

a) Bu halda tarazlıq vəziyyəti yoxdur və bütün populyasiya məhdud zamanda məhv olur.
b) *M=A* halında vahid dayanıqsız tarazlıq vəziyyəti alınır, bu tarazlıq vəziyyətində populyasiya uzun müddət yaşaya bilər. Lakin kiçik dəyişikliklər vəziyyəti çox dəyişə bilər ki, nəticədə populyasiya tam məhvə doğru gedə bilər.
c) Göründüyu kimi, *M=A* tarazlıq halı dayanıqsız haldır. Əgər populyasiyanın vəziyyəti A-dan aşağı düşərsə, onda qrafikdən göründüyü kimi, populyasiya məhv olur. *M=****B*** tarazlıq vəziyyəti dayanıqlı haldır. Bu vəziyyətdə populyasiya uzun müddət yaşaya bilər.

Yuxarıdakı təhlil göstərir ki, populyasiyanın dəyişmə tənliyi (3) ilə kapitalın dəyişmə tənliyi eyni tiplidir. Ona görə də populyasiya üçün aldığımız əsas nəticələr və qrafiklər kapital artımı üçün də qüvvədə qalır. Yuxarıda deyilənləri əsas tutaraq müxtəlif hallar üçün bir işçiyə düşən kapitalın zamandan asılılıq qrafiki şəkil 3-də göstərilmişdir. İzahatdan göründüyü kimi, *c)* halı daha ümumi haldır. Bu halda populyasiya *M=****B*** vəziyyəti ətrafında qərarlaşır. Ona görə də, ekologiyada qərarlaşmış hal - *M(t)=****B***-yə uyğun kapital artımı tənliyi aşağıdakı şəkildə olar:

$$\dot{k}(t) = Ak^{\alpha}(t) - \lambda k(t) - z(t)\boldsymbol{B}.$$



Şəkil 3.

ƏDƏBİYYAT

1. В.Вольтерра. Математическая теория борьбы за существование. М., Наука, 1976.
2. А.Т.Садыгова. Анализ нелинейной экономико-экологической модели. Проблемы математического моделирования и оптимального управления, Баку 2001, стр.133-135.
3. В.И.Арнольд. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М., Наука, 1971.

УСТОЙЧИВЫЕ СОСТОЯНИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ ЭКОНОМИКО-ЭКОЛОГИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

А.Т.САДЫГОВА

АННОТАЦИЯ

Рассматривается уравнение состояний динамической экономико-экологической системы, анализируются особенности его решения и условия устойчивости системы.

STABLE STATES OF DYNAMICAL ECONOMIC-ECOLOGICAL SYSTEM

A.T.SADIGOVA

ABSTRACT

The equation of states of dynamical economic-ecological system is considered and stability of this system is studied.